DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 3Pddf9

In einer Werkstatt wird ein rotationssymmetrisches Distanzstück für eine Maschinenwelle gefertigt. Der Außenradius und der Innenradius werden (in mm) durch Funktionen modelliert, x ist die Bauteillänge in mm.

$$R(x) = 18 - 0.002x^2 \qquad \text{für } 0 \le x \le 50$$
$$r(x) = 10 + 0.03x \qquad \text{für } 0 \le x \le 50$$

a) Ermitteln Sie das Materialvolumen des Bauteils in mm^3.

Nebenrechnung:
$$\begin{aligned} R(x)^2 - r(x)^2 &= (18 - 0.002x^2)^2 - (10 + 0.03x)^2 \\ &= \left(18^2 - 2 \cdot 18 \cdot 0.002x^2 + (0.002x^2)^2\right) \\ &\quad - \left(10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0.03x + (0.03x)^2\right) \\ &= \left(324 - 0.072x^2 + 0.000004x^4\right) - \left(100 + 0.6x + 0.0009x^2\right) \\ &= 324 - 0.072x^2 + 0.000004x^4 - 100 - 0.6x - 0.0009x^2 \\ &= 0.000004x^4 - 0.0729x^2 - 0.6x + 224 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{50} \left(R(x)^2 - r(x)^2\right)\, dx \\ &= \pi \int_0^{50} \left(0.000004x^4 - 0.0729x^2 - 0.6x + 224\right)\, dx \\ &= \pi \left[0.0000008x^5 - 0.0243x^3 - 0.3x^2 + 224x\right]_0^{50} \\ &= \pi \left(0.0000008 \cdot 50^5 - 0.0243 \cdot 50^3 - 0.3 \cdot 50^2 + 224 \cdot 50 - 0\right) \\ &= \pi \left(250 - 3037.5 - 750 + 11200\right) \\ &= 7662.5\pi \approx 24072.454 \end{aligned}$$

Das Bauteil hat ein Materialvolumen von rund 24 072.45 mm^3.

b) Rechnen Sie das Ergebnis in cm^3 um.
Da 1 $\text{cm}^3 = 1000$ mm^3 gilt, folgt:

$$V = \frac{24072.454}{1000} \approx 24.0725$$

Das Bauteil hat ein Materialvolumen von rund 24.07 cm^3.

c) Die Dichte von Aluminium beträgt 2.7 g/cm^3. Bestimmen Sie die Masse des Bauteils in g.

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ &= 2.7 \cdot 24.0725 \\ &\approx 64.996 \end{aligned}$$

Das Bauteil wiegt rund 65.0 g.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**