DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 2XU2g7

Gegeben ist $h(x) = 0.5x^3 - 2x^2 - 2x + 8$.

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von h.

$$\begin{aligned} h(x) &= 0 \\ 0 &= 0.5x^3 - 2x^2 - 2x + 8 \quad | \, x_1 = 2 \end{aligned}$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

	$\frac{1}{2}$	-2	-2	8
2		1	-2	-8
	$\frac{1}{2}$	-1	-4	0

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x^2 - x - 4 \quad | :0.5 \\ &= x^2 - 2x - 8 \\ x_{2/3} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 8} \\ x_2 = 4 \quad &\vee \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie $h'(x)$ und ermitteln Sie daraus alle Extremstellen.

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1.5x^2 - 4x - 2 \\ h''(x) &= 3x - 4 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 1.5x^2 - 4x - 2 \quad | :1.5 \\ &= x^2 - \frac{8}{3}x - \frac{4}{3} \\ x_{1/2} &= \frac{4}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}} \\ x_1 \approx 3.097 \quad &\vee \quad x_2 \approx -0.431 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(3.097) &= 3 \cdot 3.097 - 4 = 5.291 > 0 \quad &\Rightarrow \text{TP} \\ h''(-0.431) &= 3 \cdot (-0.431) - 4 = -5.293 < 0 \quad &\Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

Die Extremstellen liegen bei $x_1 \approx 3.097$ (Tiefpunkt) und $x_2 \approx -0.431$ (Hochpunkt).

c) Berechnen Sie die Steigung an der Stelle $x = 4$.

$$\begin{aligned} h'(4) &= 1.5 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 2 \\ &= 24 - 16 - 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) Bestimmen Sie $h''(x)$ und berechnen Sie den/die Wendestelle/n.

$$h''(x) = 3x - 4$$
$$h'''(x) = 3$$

notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x - 4 && | +4 \\ 3x &= 4 && | :3 \\ x &= \frac{4}{3} \approx 1.333 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$h'''\left(\frac{4}{3}\right) = 3 \neq 0 \qquad \checkmark$$

Die Wendestelle liegt bei $x = \frac{4}{3} \approx 1.333$.

e) Geben Sie den Verlauf des Graphen am linken und rechten Rand (z. B. von oben nach oben) an.

Da die Funktion dritten Grades ist und einen positiven Leitkoeffizienten besitzt, verläuft der Graph von unten nach oben.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**