DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 1WBk5e

In einer automatisierten Fertigungslinie wird ein Bauteil entlang einer Messstrecke kontinuierlich erfasst. Ein Referenzmodell gibt vor, welcher Messwert an jeder Position idealerweise erreicht werden soll (Sollwert). Gleichzeitig liefert ein Sensor die tatsächlich gemessenen Werte (Istwert). Damit die Anlage beurteilt werden kann, wird der mittlere Fehler über die gesamte Messstrecke bestimmt. Dazu wird die Fehlerfunktion als Differenz aus Ist- und Sollwert definiert:

$$e(x) = i(x) - s(x).$$

Entscheiden Sie mathematisch begründet, ob der mittlere Fehler den Wert von 1 überschreitet, denn dann müsste die Anlage nachjustiert werden.

$$s(x) = 2x + 1 \qquad i(x) = -0.5x^2 + 4x + 1 \qquad \text{Intervall } [0;4]$$

$$\begin{aligned} e(x) &= i(x) - s(x) \\ &= -0.5x^2 + 4x + 1 - (2x + 1) \\ &= -0.5x^2 + 4x + 1 - 2x - 1 \\ &= -0.5x^2 + 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.5x^2 + 2x \\ &= x(-0.5x + 2) && \mid x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.5x + 2 && \mid +0.5x \\ 0.5x &= 2 && \mid :0.5 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

Die Fehlerfunktion hat im Intervall $[0;4]$ keinen Vorzeichenwechsel.

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{4-0}\int_0^4 (-0.5x^2 + 2x)\,dx \\ &= \frac{1}{4}\left[-\frac{1}{6}x^3 + x^2\right]_0^4 \\ &= \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{6}\cdot 4^3 + 4^2 - 0\right) \\ &= \frac{1}{4}\cdot\frac{16}{3} \\ &= \frac{4}{3} \approx 1.333 \end{aligned}$$

Da $\frac{4}{3} > 1$ gilt, überschreitet der mittlere Fehler den Wert 1. Die Anlage müsste also nachjustiert werden.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**