DAS MATHEBUCH – Aufgabe ygLd4S

Für das digitale Lehrwerk „DAS MATHEBUCH“ soll zusätzlich eine gedruckte Sonderauflage produziert werden, um sie an Schulen und Bildungseinrichtungen zu verkaufen. Damit die Entscheidung wirtschaftlich begründet werden kann, werden die Herstellungskosten modellhaft mit einer Funktion beschrieben.
Als Variable wird die Auflage x verwendet, wobei x die Anzahl der gedruckten Bücher in Tausend Stück angibt (also $x = 1$ entspricht $1\,000$ Büchern).
Der Stückpreis wird als konstant angenommen und beträgt 20 Euro pro Buch.
Die Kosten setzen sich aus Fixkosten (z. B. Layout, Druckvorbereitung, Einrichtungskosten) und variablen Kosten (z. B. Papier, Druck, Bindung, Verpackung) zusammen. Da bei größeren Auflagen Effekte wie Mengenrabatte, Auslastung und zusätzliche Logistik auftreten können, wird die Kostenfunktion in diesem Modell als ganzrationale Funktion dritten Grades beschrieben:
$K(x) = 0.6x^3 - 4.8x^2 + 18.65x + 10.8$
Dabei gibt $K(x)$ die Kosten in Tausend Euro (T€) an – das ist die Einheit der y-Achse.

Beziehen Sie sich in dieser Aufgabe auf die Situationsbeschreibung zur Sonderauflage von „DAS MATHEBUCH“. Dabei bezeichnet x die Auflage in Tausend Stück (z. B. $x = 1$ bedeutet $1\,000$ gedruckte Bücher). Die y-Werte der Funktionen geben die jeweiligen Beträge in Tausend Euro an. Beispiel: Ein Funktionswert von 20 entspricht $20\,000$ Euro.

a) Ermitteln Sie aus der Kostenfunktion $K(x)$ die Fixkosten $K(0)$. Beschreiben Sie kurz, was dieser Wert im Kontext der Druckerei bedeutet.

b) Stellen Sie aus dem gegebenen Stückpreis eine passende Erlösfunktion $E(x)$ auf.

c) Bestimmen Sie die Gewinnfunktion und berechnen Sie, ab welcher Auflage die Produktion zum ersten Mal Gewinn abwirft (Gewinnschwelle) und bis zu welcher Auflage sie noch Gewinn abwirft (Gewinngrenze).

d) Ermitteln Sie die Auflage, bei der der Gewinn am größten ist, und geben Sie den maximalen Gewinn an. Begründen Sie Ihr Vorgehen.

e) Untersuchen Sie, wie stark die Kosten bei $x = 1.5$ momentan ansteigen. Interpretieren Sie das Ergebnis als „zusätzliche Kosten pro $1\,000$ Bücher“ und übertragen Sie es anschließend auf „zusätzliche Kosten pro Buch“.

f) Berechnen Sie bei $x = 1.5$ die durchschnittlichen Kosten pro Buch (Stückkosten). Vergleichen Sie diesen Wert mit dem Stückpreis und formulieren Sie daraus eine kurze wirtschaftliche Einschätzung, ob die Auflage von $1\,500$ Büchern sinnvoll erscheint.

g) Skizzieren Sie $K(x)$, $E(x)$ und $G(x)$ in ein gemeinsames Koordinatensystem (nutzen Sie die Tabellenfunktion). Markieren Sie Gewinnschwelle, Gewinngrenze und das Gewinnmaximum am Graphen.

(Koordinatensystem: x-Achse: $0 \le x \le 8$ mit $1\,\text{cm} = 1$ Einheit; y-Achse: $-20 \le y \le 160$ mit $1\,\text{cm} = 20$ Einheiten)

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**