DAS MATHEBUCH – Aufgabe KfJeWE

Für einen neuen Thermobecher soll die Innenform so geplant werden, dass er gut in der Hand liegt, stabil steht und gleichzeitig ausreichend Volumen bietet. In der Konstruktion wird der Querschnitt des Bechers in einem Koordinatensystem betrachtet: Die x-Achse beschreibt die Höhe im Becher (in cm) vom Boden nach oben, und $f(x)$ gibt den Innenradius (ebenfalls in cm) an.
Damit lässt sich der Innenraum des Bechers als Rotationskörper modellieren: Dreht man den Graphen von $f(x)$ um die x-Achse, entsteht die räumliche Form des Becherinneren. So kann später rechnerisch überprüft werden, wie groß das Fassungsvermögen ist und wie sich die Form über die Höhe verändert.
Der Radius des Becherinneren wird in diesem Modell beschrieben durch die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{300}x^3 - \frac{7}{80}x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{7}{2}$$

Der betrachtete Bereich reicht dabei vom Becherboden bis zur vorgesehenen Füllhöhe, also für $0 \leq x \leq 12$.

Beziehen Sie sich in dieser Aufgabe auf die Situationsbeschreibung zum Thermobecher.

a) Bestimmen Sie den Innendurchmesser am Becherboden und deuten Sie, was dieser Wert für die Standstabilität bedeutet.

b) Bestimmen Sie den Innendurchmesser an der Öffnung (bei $x = 12$) und erläutern Sie kurz, welche praktische Bedeutung dieser Durchmesser z. B. fürs Trinken bzw. Reinigen hat.

c) Ermitteln Sie, bei welcher Höhe der Becher innen am breitesten ist und wie groß dort der maximale Innendurchmesser ist.

d) Bestimmen Sie das Volumen des Innenraums bis zur Füllhöhe als Rotationsvolumen (Rotation um die x-Achse) und geben Sie das Ergebnis in Milliliter an und beurteilen Sie, ob der Thermobecher damit eher in Richtung „kleiner Coffee-to-go“ oder „großer Becher“ geht.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**